

Chapter 1

Ensembles et Fonctions

1.1 Ensembles

Les ensembles sont souvent le premier type de structure que l'on manipule en mathématiques. Intuitivement, un ensemble est une "collection", un "regroupement". Mais seule une définition abstraite que les mathématiciens en donnent, via une axiomatisation rigoureuse aboutit à des paradoxes. Ainsi, "un ensemble contient des éléments", "un ensemble ne peut pas être un élément de lui-même", mais qu'est-ce alors que l'ensemble dont les éléments sont les ensembles qui ne se contiennent pas eux-mêmes ? Passer à ce niveau de discours théorique (ou rhétorique ?) est loin des calculs élémentaires que nous proposons ici.

La notation $x \in E$ indique que x est élément de E . Classiquement, les éléments sont désignés par des lettres minuscules et les ensembles par des majuscules. Pour indiquer que E contient les éléments x , t et u seulement, on borne la liste x, t, u par des accolades, soit l'écriture $E = \{x, t, u\}$. L'ordre n'a aucune importance et donc le E cité est aussi $\{x, u, t\}$. En particulier, nous manipulerons beaucoup des ensembles de nombres comme \mathbb{N} , \mathbb{R} et ce peut être une bonne habitude que d'ordonner les éléments des ensembles considérés.

Exercice 1.1

Un ensemble contient des éléments distincts non ordonnés. Donc $\{x, x\}$ et $\{x\}$ désignent le même ensemble. De même : $\{x, y\} = \{y, x\}$. Mais combien y a-t-il d'éléments dans l'ensemble $\{x, y\}$?

◇