Université d'Angers	Département Informatique
Faculté des Sciences	L3 Informatique, Année 04/05
Module : *Démonstration Automatique*	Jean-Michel Richer

TD n° 8
Complément

Exercice 1 - (8 pts) - Un enseignant en informatique avait trois étudiantes dont deux étaient brunes et deux avaient les yeux couleur noisette.

1. représenter ce problème en calcul propositionnel avec des contraintes de cardinalité. On utilisera les variables propositionnelles b_1,b_2,b_3 pour représenter le fait que l'étudiante n° 1 est brune, etc..., n_1,n_2,n_3 pour représenter le fait que l'étudiante n° 1 a les yeux couleur noisette, etc ...
2. traduire ces contraintes sous forme de clauses et donner la représentation du problème sous forme clausale,
3. on désire montrer qu'une des étudiantes était brune aux yeux noisette. La conclusion s'énonce alors : la première est brune aux yeux noisette, ou la deuxième est brune aux yeux noisette ou la troisième est brune aux yeux noisette. Exprimer la conclusion avec les connecteurs logiques $\vee$ et $\wedge$,
4. comment montrerait-on avec des tables de vérité que la conclusion précédente découle de l'ensemble d'axiomes initial ? Pourquoi ne pas le faire pour ce problème ?
5. même question en employant le principe de résolution ? Quel est alors l'ensemble de clauses du problème ? (ne pas résoudre le problème)
6. on désire à présent savoir si l'ensemble d'hypothèses nous permet de déduire qu'aucune des trois étudiantes ne peut à la fois être brune et avoir les yeux couleur noisette. Comment s'exprime cette conclusion à l'aide de contraintes de cardinalité ?
7. montrer que c'est impossible en utilisant le système de déduction suivant :

$$\frac{\vdash \#(\alpha_1,\beta_1,\mathcal{L}_1) \qquad \vdash \#(\alpha_2,\beta_2,\mathcal{L}_2)}{\vdash \#(\alpha_1+\alpha_2,\beta_1+\beta_2,\mathcal{L}_1\mathcal{L}_2)}\ (Add) \qquad \mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \emptyset$$

$$\frac{\vdash \#(\alpha_1,\beta_1,\mathcal{L}) \qquad \vdash \#(\alpha_2,\beta_2,\mathcal{L})}{\vdash \top}\ (Success) \qquad \{\alpha_1,\beta_1\} \cap \{\alpha_2,\beta_2\} \neq \emptyset$$

$$\frac{\vdash \#(\alpha_1,\beta_1,\mathcal{L}) \qquad \vdash \#(\alpha_2,\beta_2,\mathcal{L})}{\vdash \bot}\ (Failure) \qquad \{\alpha_1,\beta_1\} \cap \{\alpha_2,\beta_2\} = \emptyset$$

Exercice 2 - Dans un groupe si le produit de chaque élément par lui même est égal à l'identité, alors le groupe est commutatif.

1. Rappelez les propriétés auxquelles obéissent les groupes
2. montrez comment on peut exprimer l'associativité
3. Exprimez le problème en utilisant le prédicat $p(X,Y,Z)$ qui signifie que $X \times Y = Z$.
4. Résoudre le problème.