Université d'Angers	Département Informatique
Faculté des Sciences	L3 mention Informatique, Année 04/05
Module : *Démonstration Automatique*	Jean-Michel Richer

TD n° 1

Systèmes formels

Exercice 1 -
Sur l'alphabet $X = \{a,b,c\}$, on définit l'ensemble des mots non vides L tels que deux lettres consécutives d'un mot soient distinctes.

– donner des exemples de mots appartenant et n'appartenant pas à L
– donner une définition inductive de L

Exercice 2 -
Soit E le sous-ensemble de N défini par :

– axiome : 0
– régles de production :
  R1 $x \to x + 6$
  R2 $x \to x + 15$
  R3 $x \geq 6 \to x - 6$
  R4 $x \geq 15 \to x - 15$

Montrer que E est l'ensemble des multiples de 3.

Exercice 3 -
On considère le système formel S dont l'alphabet $V = \{0,1,s\}$ et dont les formules bien formées sont les mots sur V ayant une seule fois le symbole s. Le langage de S est défini par :

– axiome : $\forall \alpha \in \{0,1\}^*$: $\alpha 0 s \alpha 1$
– régle de production : $\alpha s \beta \to \alpha 1 s \beta 0$

1. montrer que pour tout théorème $\alpha s \beta$ la longueur de α est égale à celle de β.
2. prouver que $11s00$ n'est pas un théorème et en déduire que S n'est pas complet pour l'égalité des longueurs.
3. examiner les 4 mots suivants et justifier s'ils sont ou non des théorèmes : $0111s1000$, $1011s1100$, $1100s1111$, $11s100$
4. trouver une interprétation précise de S telle que S soit valide et complet pour cette interprétation.

Exercice 4 -
Soit deux mots non vides α et β sur un alphabet V tels que $\alpha\beta = \beta\alpha$.

1. montrer que si $|\alpha| = |\beta|$ alors $\alpha = \beta$
2. on suppose que $|\alpha| > |\beta|$, montrer qu'il existe $\gamma \neq \epsilon$ tel que $|\gamma| < |\alpha|$ et $\gamma\beta = \beta\gamma$