Recherche Locale Guidée pour la Coloration de Graphes

Daniel Cosmin Porumbel,[1,2] Jin Kao Hao,[1] et Pascale Kuntz[2]

[1] Leria, Université d'Angers, 2, Boulevard Lavoisier, 49045 Angers Cedex 01 – France
daniel.porumbel@univ-nantes.fr,hao@info.univ-angers.fr
[2] Lina, Polytech'Nantes, rue Christian Pauc, BP 50609, 44306 Nantes Cedex 3 – France.
pascale.kuntz@univ-nantes.fr

1 Introduction

L'évolution de tout processus de recherche locale est étroitement liée à la structure de l'espace de recherche. Une heuristique efficace tient compte—implicitement ou explicitement—de l'arrangement des optima locaux dans cet espace. Une des plus grandes difficultés pour les recherches locales est de sortir des bassins d'attraction des optima locaux. Cette situation est d'autant plus contraignante lorsque la taille des ces bassins est grande.

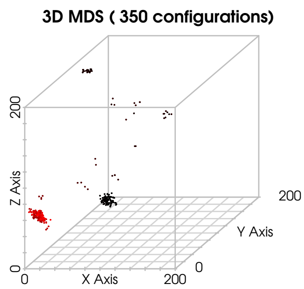
Dans cette communication, nous considérons le cas où le processus de recherche, même s'il est capable de sortir d'un bassin d'attraction, cycle sur un sous-ensemble restreint de bassins d'attraction. La situation concrète considérée ici est le problème classique de coloration de graphe et notre recherche locale est Tabucol[2], un algorithme Tabou classique pour ce problème. Notons les bassins d'attraction B_i, avec $i \in 1, 2, 3, \ldots$ .Lors d'expérimentations numériques nous avons observé qu'il y a un nombre restreint de bassins d'attractions très contraignants (notés $B_1, B_2, \ldots B_n$, avec $n < 100$ généralement) qui attirent très fréquemment le processus de recherche. En fonction de la position initiale, l'algorithme atteint un bassin B_i, puis, dès qu'il en sort, atteint un autre bassin B_j similaire; d'où un exemple d'évolution classique: $B_1 \to B_2 \to B_3 \to B_2 \to B_4 \to B_1 \to B_4 \to B_2 \to B_1 \to B_3$, etc.

La recherche Tabou (TS) classique ne propose aucun mécanisme pour résoudre cette situation problématique, car elle utilise seulement une mémoire à court terme. Nous introduisons une distance dans l'espace de recherche pour pouvoir identifier et stocker les plus importants bassins d'attractions (Section 2)—nous avons expérimentalement montré que les meilleures colorations d'un bassin d'attraction forment des clusters de points dans l'espace. Puis (Section 3), nous introduisons deux algorithmes: (i) TS-Div—un algorithme de diversification pour assurer que chaque B_i n'est visité qu'une seule fois et, (ii) TS-Int—un algorithme d'intensification qui n'explore que le voisinage des meilleures colorations fournies par TS-Div.

2 Arrangements des meilleures colorations

Pour étudier l'arrangement des colorations, on définit une distance dans l'espace de recherche. On considère deux colorations C_A et C_B comme deux partitions de l'ensemble V des sommets et on utilise une distance classique entre partitions. Plus exactement, la distance de transfert entre C_A et C_B est le *nombre minimum de transferts* d'un élément d'une classe dans une autre nécessaires pour transformer C_A en C_B [1].

L'arrangement des minima locaux est illustré dans l'illustration ci-contre pour un graphe avec $|V| = 250$. On a utilisé une procédure de type "Muldimensional Scaling"; les distances entre les points 3D tentent de préserver au mieux la distance entre les colorations de l'espace $|V|$-dimensionnel. On observe que les minima locaux se regroupent en quelques clusters qui correspondent à des bassins d'attractions dans l'espace. Après avoir fait plusieurs tests, nous avons observé que le rayon approximatif des clusters est $0.1 \times |V|$ pour n'importe quel graphe. On définit la sphère S_C de la coloration C comme l'ensemble des colorations situées à une distance inférieure à $0.1 \times |V|$ de C. Comme l'algorithme Tabou passe d'une coloration à l'autre en changeant la couleur d'un sommet, il doit changer la couleur de $0.1 \times |V|$ sommets pour sortir d'une sphère S_C (s'il part de C, qui est son centre).



3 Algorithme de Diversification et d'Intensification

L'idée principale de l'algorithme TS-Div est d'empêcher le processus de recherche de revenir dans la sphère d'une coloration déjà visitée. TS-Div est basé sur un processus de recherche Tabou auquel est ajouté un processus d'apprentissage avec deux objectifs: (i) il enregistre toutes les sphères $S(C_1), S(C_2), S(C_3), \ldots$ visitées (telles que $C_i \notin S(C_j), \forall i \neq j$) et (ii) si la coloration à l'itération courante fait partie d'une sphère $S(C_i)$ déjà visitée, il déclenche une phase de diversification. Le mécanisme pour cela est la longueur de la liste Tabou: chaque fois que le processus retourne dans une sphère déjà visitée, la longueur de la liste tabou est incrémentée d'une unité, et ce, jusqu'au moment où la recherche découvre une nouvelle sphère.

Cet algorithme assure la diversification car une liste tabou très longue contraint le processus TS à effectuer une exploration plus large. mais il a aussi un inconvénient: il explore chaque sphère qu'une seule fois et cela peut être insuffisant. Pour cela, on a ajouté un nouvel algorithme d'intensification qui explore en profondeur l'intérieur des sphères.

4 Conclusion

Nous avons présenté les idées principales d'une recherche locale qui mémorise les régions (sphères) visitées pour ne pas les re-visiter inutilement (TS-Div). En combinaison avec un algorithme d'intensification, nous obtenons une méthode de recherche qui gère très efficacement les bassins d'attraction des optima locaux. Les comparaisons expérimentales confirment cette propriété. Nous obtenons sur les graphes DIMACS les meilleures colorations connues et même une nouvelle coloration légale pour $dsjc1000.9$ avec 223 couleurs. Le principe présenté pourrait être retenu pour d'autres problèmes d'optimisation pour lesquels on peut calculer, avec une complexité calculatoire restreinte, une distance entre les solutions potentielles.

Références

1. I. Charon, L. Denoeud, A. Guenoche, and O. Hudry. Maximum Transfer Distance Between Partitions. *Journal of Classification*, 23(1):103–121, 2006.
2. A. Hertz and D. Werra. Using tabu search techniques for graph coloring. *Computing*, 39(4), 1987.