

Combinaison d’heuristiques pour le problème MAX-SAT

F. Lardeux, F. Saubion et J.K. Hao

LERIA, Université d’Angers, 2 Bd Lavoisier, F-49045 Angers Cedex 01
{lardeux, saubion, hao}@info.univ-angers.fr

1 Introduction

Le problème de satisfiabilité (SAT) consiste à trouver une affectation booléenne validant une formule en logique propositionnelle. Une instance de ce problème est définie par un ensemble de variables booléennes et une formule booléenne. Un littéral est une variable ou sa négation ; une clause est une disjonction de littéraux. On considère en général des formules en forme normale conjonctive (CNF) c’est à dire des conjonctions de clauses. Une formule est vraie si et seulement si toutes ses clauses sont vraies. Le problème MAX-SAT, auquel nous nous intéressons plus particulièrement ici, consiste à trouver une affectation maximisant le nombre de clauses satisfaites de la formule.

Alors que le problème SAT a été très largement étudié, il n’en est pas de même pour la résolution exacte du problème MAX-SAT. Dans ce papier nous nous intéressons à ce problème MAX-SAT et proposons une nouvelle règle de branchement hybride pour un algorithme de Branch and Bound (B&B).

2 Règles de branchement MOM et JW

Les heuristiques de choix de branchement MOM et JW sont couramment utilisées dans les algorithmes exacts pour les problèmes SAT et MAXSAT.

MOM (Maximum Occurrences in clauses of Minimum Size)[1] : Cette heuristique sélectionne une variable parmi celles apparaissant le plus souvent dans les plus petites clauses de la formule.

JW (Jeroslow-Wang)[2] : Cette heuristique privilégie le branchement sur les variables apparaissant le plus souvent dans les petites clauses mais prend aussi en compte les clauses de grande taille. Soit une formule ϕ , pour chaque littéral L de ϕ la fonction suivante est définie : $J(L) = \sum_{L \in C \in \phi} 2^{-|C|}$ où $|C|$ est la taille de la clause C . JW retourne la variable ayant la plus grande valeur par cette fonction.

3 MOM + JW = MOMJW

MOM et JW donnent toutes deux de très bons résultats en général, mais rencontrent chacune des difficultés pour la résolution de certaines classes d’instances. En effet, par la nature de leur choix, ces règles introduisent des parcours de l’arbre de recherche différentes. Notre idée est de combiner ces deux heuristiques afin d’essayer de conserver le meilleur résultat entre MOM et JW et, si possible, de l’améliorer.

Une première étude nous a permis d’observer que, même si les mécanismes de base de ces heuristiques semblent être très proches, leurs choix de branchement sont différents. Leur hybridation permet alors d’obtenir une nouvelle heuristique (MOMJW) qui sélectionne la variable dont la moyenne du rang fourni par MOM et par JW est la plus élevée. La figure 1 montre que MOMJW donne des résultats compétitifs.

4 Conclusion

Des expérimentations préliminaires montrent que la règle de branchement hybride MOMJW a des comportements différents vis-à-vis de MOM et de JW et offre une alternative pour exploiter

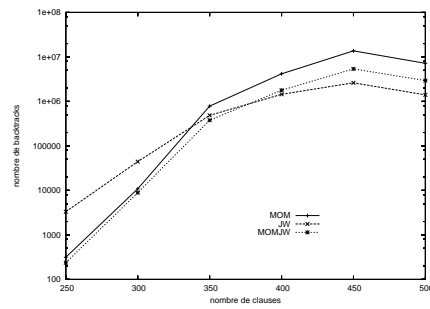


Fig. 1 – Evolution du nombre de backtracks pour 6 instances 3-SAT de 50 variables (proposées par Brian Borchers)

l'arbre de recherche d'un algorithme de B&B. Les premiers résultats obtenus avec MOMJW sur des benchmarks standard du domaine sont compétitifs par rapport aux algorithmes de l'état de l'art. Nous pensons pouvoir améliorer notre algorithme en essayant d'examiner les zones de l'arbre de recherche explorées par ces différentes règles de branchement.

En parallèle, nous cherchons à mieux comprendre les caractéristiques et le comportement de MOMJW. Nous tentons également d'identifier les complémentarités entre MOMJW et ses deux règles composantes.

Références

1. Olivier Dubois, Pascal André, Yacine Boufkhad, and Jacques Carlier. Can a very simple algorithm be efficient for solving the sat problem? In *Proc. of the DIMACS Challenge II Workshop*, 1993.
2. Robert G. Jeroslow and Jinchang Wang. Solving propositional satisfiability problems. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 1 :167–187, 1990.