

Combinaison de mécanismes de résolution pour le problème MAX-SAT

Frédéric LARDEUX¹, Frédéric SAUBION¹, Jin-Kao HAO¹

1. Université d'Angers, France

{lardeux, saubion, hao}@info.univ-angers.fr

Mots-clefs : Tabou, Recherche Locale, Davis-Putnam-Loveland, Hybridation, MAX-SAT

Introduction

Le problème de satisfiabilité (SAT) [1] consiste à trouver une affectation booléenne validant une formule en logique propositionnelle. Une instance de ce problème est définie par un ensemble de variables booléennes (aussi appelées atomes) $\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_n\}$ et une formule booléenne $\phi : \mathcal{B}^n \rightarrow \mathcal{B}$. Un littéral est une variable ou sa négation ; une clause est une disjonction de littéraux. On considère en général des formules en forme normale conjonctive (CNF) c'est à dire des conjonctions de clauses. Une affectation est une fonction $v : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{B}$. Une formule est vraie si et seulement si toutes ses clauses sont vraies. La formule ϕ est dite satisfiable s'il existe une affectation rendant ϕ vraie et est non satisfiable s'il n'en existe pas.

Le problème MAX-SAT, auquel nous nous intéressons plus particulièrement ici, peut alors être vu comme une formulation alternative du problème SAT qui consiste à trouver une affectation maximisant le nombre de clauses satisfaites dans la formule.

Quelque soit le problème traité, SAT ou MAX-SAT, l'espace de recherche est défini par l'ensemble des affectations possibles, qui peut être vu, pour une instance comprenant n variables, comme l'ensemble des n -uplets composés de *vrai* et de *faux*.

Algorithme Tabou trivalué hybride

Notre algorithme combine une méthode incomplète, la procédure Tabou, et une méthode complète, la procédure Davis-Putnam-Loveland (DPL). Chacune de ces méthodes possède ses avantages propres : la méthode DPL permet d'effectuer une recherche exhaustive et donc d'exploiter complètement l'espace de recherche alors que la méthode Tabou est à même de n'explorer que certaines zones ce qui s'avère particulièrement intéressant pour des problèmes de grande taille. Notre idée est donc d'intégrer ce pouvoir d'intensification de la méthode DPL au sein d'un algorithme Tabou qui possède des facultés de diversification et ce, afin d'obtenir un bon compromis entre ces deux stratégies fondamentales de recherche. Pour cela il faut transformer la procédure Tabou car elle ne fait que modifier des affectations complètes alors que la procédure DPL travaille sur des affectations partielles.

Pour que l'hybridation avec la méthode DPL soit efficace, il faut unifier ces deux méthodes dans une même représentation des éléments de base, c.à.d les affectations. L'ajout d'une troisième valeur de vérité *indéterminé* permet de faire travailler la méthode Tabou sur une affectation partielle. Les méthodes Tabou et DPL peuvent alors s'enchaîner de manière homogène. Outre une meilleure cohésion entre les deux méthodes, cette troisième valeur permet également de diversifier la recherche Tabou sans ajout d'heuristique externe.

En effet, alors que la méthode Tabou à deux valeurs de vérité parcourt l'espace de recherche en passant d'une affectation à une autre, la méthode Tabou à trois valeurs permet de se déplacer dans l'espace de recherche avec une affectation partiellement indéterminée qui peut être considérée comme la représentation

d'un ensemble d'affectations totalement déterminées. Dès qu'il est possible de réduire cet ensemble, la méthode Tabou instancie certaines variables aux valeurs *vrai* ou *faux*. De cette manière la recherche se diversifie lors de la création de variables indéterminées et s'intensifie lors de la valuation de variables à *vrai* ou à *faux*.

Expérimentations

Dans cette section, l'hybridation entre les méthodes Tabou trivalué et DPL est comparée à un algorithme Tabou classique sur différents *benchmarks* bien connus. Pour comparer la qualité des deux algorithmes, trois critères sont utilisés : le nombre minimum de clauses fausses moyen (moy.) trouvé au cours de la recherche, son écart type (e.t.) et le nombre de flips (fl.) nécessaires pour atteindre cette valeur.

Benchmarks			Tabou			Tabou+DPL		
instances	var	cls	clauses fausses		fl.	clauses fausses		fl.
			moy.	e.t.		moy.	e.t.	
color-10-3	300	6475	2.60	0.50	219359	2.45	0.76	256962
color-15-4	900	45675	5.30	0.52	263991	5.20	0.57	341175
par32-5-c	1339	5350	14.70	11.38	303836	11.70	6.66	219720
par32-5	3176	10325	23.70	30.04	361385	10.20	1.32	473116
ssa7552-038	1501	3575	10.00	13.06	407185	8.55	1.88	553387
aim-100-2_0-yes1-1	100	200	2.90	2.69	165.55	1.20	0.70	5992.25
aim-200-2_0-yes1-3	200	400	3.95	3.53	1306.90	1.35	1.14	16363
gencnf	85	7539	1.00	0.00	56248	0.80	0.45	197866

TAB. 1 – Comparaisons entre la méthode Tabou trivalué hybridé avec la méthode DPL et un algorithme Tabou classique

Conclusion

Le tableau 1 montre que l'hybridation entre les méthodes Tabou et DPL dans notre nouveau cadre de résolution introduisant trois valeurs de vérité permet d'obtenir de meilleurs résultats qu'une méthode Tabou classique. En plus de donner un nombre de clauses fausses moyen plus faible, l'hybridation Tabou+DPL a une meilleure fiabilité dans ses résultats comme le prouve les écarts types très faibles par rapport à l'algorithme Tabou classique.

Références

- [1] Michael R. Garey and David S. Johnson. *Computers and Intractability , A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H. Freeman & Company, San Francisco, 1978.